P y E FINAL
1° parte UTN BA 21-7-21

(1) Para la construcción del balastro de un tramo de vías de ferrocarril se utiliza en un 30% grava proveniente de una cantera y en un 70% granito triturado. En pruebas previas a la colocación se ha detectado que la granulometría de la grava no se encuentra bien graduada en el 5% de las partidas provenientes de una cantera y en el 7% de las partidas de granito triturado.

a) ¿Cuál es la prob. de que la próxima partida de grava a ser utilizada en el balastro no se encuentre bien graduada?

C : "el material proviene de la cantera" $P(C) = 0.3$

T : " " "proviene de granito triturado" $P(T) = P(\bar{C}) = 0.7$

D : "la grava no está bien graduada" $P(D | C) = 0.05$

$P(D | T) = 0.07$

$$P_{(D)} \overset{\text{probabilidad total}}{=} P(D | C) \, P(C) + P(D | T) \, P(T) =$$

$$= 0.05 \times 0.3 + 0.07 \times 0.7 = \boxed{0{,}064 = P(D)}$$

b) Si la próxima partida de grava no se encuentra bien graduada, ¿cuál es la prob. de que sea una partida de granito triturado?

$$P(T | D) \overset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(D | T) \, P(T)}{P(D|T) \, P(T) + P(D | C) \, P(C)} =$$

$$= \frac{0.07 \times 0.7}{0.07 \times 0.7 + 0.05 \times 0.3} = \frac{0{,}049}{0{,}064} = 0{,}7656$$

$$\boxed{P(T | D) = 0{,}7656}$$

② La prob. de que el consumo semanal de materia prima de una fábrica sea mayor a \$ 3.800 es igual a 0.20. Sabiendo que el consumo se distribuye normalmente con media igual a \$ 3.400.

a) ¿Cuál es el desvío standard de la variable aleatoria "consumo"?

X: "consumo semanal de una mat. prima"

$$X \sim N(3.400, \sigma)$$

$$P(X > 3800) = 0.20 = 1 - P(X \leq 3800) \Rightarrow P(X \leq 3800) = 0.8$$

$$0.8 = P(X \leq 3800) = P\Big(\underbrace{\frac{X-3400}{\sigma}}_{\sim N(0,1)} \leq \frac{3800-3400}{\sigma}\Big) = P\left(z \leq \frac{400}{\sigma}\right)$$

$$P(z \leq *) = 0.8 \Rightarrow * = 0{,}8416 = \frac{400}{\sigma} \Rightarrow \boxed{\sigma = 475}$$

$$\boxed{X \sim N(3400, 475)}$$

b) Si se eligen al azar 10 fábricas y se calcula su consumo de mat prima, ¿cuál es la prob. de que el consumo de tres de ellos sea sup. a 3500?

$$p = P(X > 3500) = 0.42$$

Y: "cant. de fábricas que tienen consumo sup. a 3500, de un grupo de 10 fábricas"

$$\boxed{Y \sim Bi(10, 0.42)}$$

$$P(Y=3) = \binom{10}{3} \cdot 0.42^3 \; 0.58^7 = 0{,}1963$$

$$\boxed{P(Y=3) = 0.1963}$$

Nota: No aclara si es "al menos tres" ni "exactamente tres" pero parece ser que preguntan la prob de que sean EXACTAMENTE tres.

PyE Final

1° parte UTN BA 21-7-21

③ La duración en horas de un tubo electrónico es una v.a. X cuya función de distribución es:

$$F_X(t) = \begin{cases} 1 - 1/t & \text{si } t > 1 \\ 0 & \text{si } t \leq 1 \end{cases}$$

a) Hallar la prob. de que uno de tales tubos dure más de 2 horas pero menos de 4 horas.

$$P(2 < X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 2) = F(4) - F(2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{4} = P(2 \leq X \leq 4)}$$

b) Hallar la función de densidad de prob. de la v.a. X

si $t \leq 1 \Rightarrow F_X(t) = 0 \Rightarrow f_X(t) = 0$

si $t > 1 \Rightarrow F_X(t) = 1 - \frac{1}{t} \Rightarrow f_X(t) = \frac{1}{t^2}$

$$\boxed{f_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{t^2} & \text{si } t > 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}}$$

PARTE 2

4) Una máquina envasadora de latas de café dosifica cantidades variables con distribución normal para su venta al público. Se sabe que el desvío estándar del contenido de las latas es de 18 gr. Se toma una muestra de 10 envases con el fin de estimar la dosificación media y se obtiene una media de 246 gramos.

a) Halle un intervalo de confianza para el contenido medio de nivel 90%

v.a. Normal, con $\sigma = 18$

muestra

$n = 10$

$\bar{X} = 246$

$\alpha = 0{,}10 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}95$

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$IC_{0{,}90}(\mu) = \left[246 - \overset{1{,}645}{z_{0{,}95}} \cdot \frac{18}{\sqrt{10}} , 246 + \overset{1{,}645}{z_{0{,}95}} \frac{18}{\sqrt{10}}\right]$$

$$\boxed{IC_{0{,}90}(\mu) = [236{,}64 \,;\, 255{,}36]}$$

b) ¿Cuántos envases adicionales habrá que pesar para reducir la longitud del intervalo hallado en a) a su mitad?

$$\text{long. intervalo} = 2 \cdot \text{error} = 2 \cdot 1{,}645 \cdot \frac{18}{\sqrt{10}} = 18{,}72$$

$$\Rightarrow \text{long. deseada} = \frac{18{,}72}{2} = \underbrace{9{,}36 = 2 \times 1{,}645 \cdot \frac{18}{\sqrt{n}}}_{\sqrt{n} = 6{,}3269 \Rightarrow n \cong 40}$$

n actual = 40

muestra ant = 10

$\Bigg\}$ $\boxed{\text{Se deberán pesar } 30 \text{ envases más}}$

PyE
2º parte

UTN BA
Final

21-7-21

(5) Se ha adquirido un generador de electricidad que entrega a la red un voltaje que constituye una v.a. con dist. normal con media de 218V y un desvío estándar de 10V.
Con la finalidad de incrementar el voltaje se ha mejorado el rendimiento del generador tomándose, posteriormente, una muestra de 16 mediciones del voltaje obteniéndose un valor medio de 219V.

a) Plantee un test apropiado para verificar la calidad, indicando las hipótesis y el estadístico de prueba para un nivel de significación de 0.05. Indique cuál es la decisión a tomar sobre la base del resultado de 219v. obtenido.

$\mu = 218$
$\sigma = 10$
$\bar{X} = 219$
$n = 16$
$\alpha = 0.05$

$H_0: \mu = 218$ vs $H_1: \underbrace{\mu > 218}_{\text{con la mejora de rendimiento}}$

$$e_m = \frac{\bar{X} - 218}{10/\sqrt{16}} \sim N(0,1) \text{ bajo } H_0$$

Rechazo H_0 si $z_{obs} > z_{0.95}$

$$z_{obs} = \frac{219-218}{2{,}5} = 0{,}4$$

$$z_{0.95} = 1{,}645$$

$\rangle\ z_{obs} < z_{0.95}$ ∴ $\boxed{\text{No Rechazo } H_0}$

$\boxed{\text{No hay suficiente evidencia para afirmar que se mejoró el rendimiento}}$

b) ¿Cuál es la prob. de aceptar la hipótesis nula si luego de la mejora la tensión es de 220V?

error tipo (II) P (aceptar Ho | Ho es Falsa)

no rechazar Ho

$$P(\text{aceptar } H_0 \mid H_0 \text{ es Falsa}) = P\left(\frac{\bar{X}-218}{2{,}5} \leq 1{,}645 \mid \mu = 220\right) =$$

$$= P\left(\frac{\bar{X}-220+2}{2{,}5} \leq 1{,}645 \mid \mu = 220\right) = P\left(\frac{\bar{X}-220}{2{,}50} + \frac{2}{2{,}5} \leq 1{,}645 \mid \mu = 220\right) =$$

$$= P\left(\underbrace{\frac{\bar{X}-220}{2{,}50}}_{\sim N(0,1)} \leq 0{,}845\right) = P(z \leq 0.845) = 0{,}801$$

$$\boxed{P(\text{error tipo II}) = 0{,}801}$$

⑥ Un modelo de regresión lineal simple arroja un cierto valor para el coef. de correlación:

a) ¿Cómo interpretaría el hecho de que el coef. de correlación obtenido fuera mayor a 0,95?

Si el coef de correlación es superior a 0,95 entonces es cercano a 1 por lo que se puede tener más seguridad de que la relación entre x e y es lineal.

b) ¿Cómo interpretaría el hecho de que coeficiente de correlación obtenido fuera negativo?

Si ρ es cercano a -1 entonces 'y' en función de 'x' es decreciente.